

# MANIPULANDO EL MUNDO ATÓMICO: INGENIERÍA CUÁNTICA

OSCAR ROSAS-ORTIZ

*Con ardiente afán ¡ay! estudié a fondo la filosofía, jurisprudencia, medicina y también por mi mal, la teología; y heme aquí ahora, pobre loco, tan sabio como antes.*

Fausto, meditando acerca de su pasado<sup>1</sup>

**H**ACE UN SIGLO, EN 1905, UN JOVEN DE 26 AÑOS PUBLICA CINCO trabajos científicos que transformarían para siempre nuestra percepción de la naturaleza. El primero de ellos fue de crucial importancia para formular una teoría aceptable de la física que gobierna lo muy pequeño: la mecánica cuántica. Con otros dos de estos cinco trabajos, el joven Albert Einstein sentaría las bases tanto de la mecánica estadística moderna como de la química y la biotecnología. Por si fuera poco, entre sus otros resultados de 1905 está la relatividad especial que, combinada con las ecuaciones de Maxwell, implicaría que la masa es una medida directa de la energía contenida en un cuerpo:  $E = mc^2$ .

Al examinar estos trabajos resulta difícil creer que un solo hombre hubiese podido contribuir tanto en áreas tan diversas. Sólo Newton logró lo equivalente al revolucionar la ciencia del siglo XVII con sus trabajos de 1666, su *Annus Mirabilis*<sup>2</sup>. Sensible a esto, la comunidad científica internacional rinde homenaje a Einstein en el 2005, el *Año Internacional de la Física*, conmemorando el centenario de sus cinco publicaciones fundamentales más tempranas. Con este artículo nos unimos a la celebración en forma modesta: hablaremos del mundo cuántico, intangible e incomprensible si pretendemos usar nuestra intuición cotidiana; revisaremos algunos de los mecanismos usados para atrapar y controlar sistemas tan pequeños e invisibles como los átomos y los electrones; investigaremos la forma de “rejuvenecer” estos sistemas, como el Fausto de Goethe, obligándolos a recuperar de tiempo en tiempo su estado inicial. Además discutiremos algunas de las posibles aplicaciones.

*El raquíctico dios de la tierra sigue siendo de igual calaña y tan extravagante como en el primer día.*

Mefistófeles, discutiendo con El Señor sobre el futuro de Fausto<sup>1</sup>

A diferencia de hace cien años, hoy en día escudriñamos los confines del universo con instrumentos que pueden observar mucho más allá de lo que el ojo desnudo y los telescopios convencionales podrían detectar<sup>3</sup>. Aceleramos partículas a una rapidez tan cercana a la de la luz que, al hacerlas colisionar unas con otras, se produce una *fauna* de componentes fundamentales de la materia que era imposible siquiera imaginar hace apenas veinte años. Podemos también frenar partículas libres hasta velocidades muy por debajo de las velocidades térmicas (las moléculas y átomos se mueven, a temperatura ambiente, con una rapidez cercana a la del sonido: trescientos metros por segundo). Esta situación permite enfriar gases a temperaturas cercanas al cero absoluto, diseñar relojes atómicos y manipular moléculas de ADN. Aún más, al moverse tan lentamente, las partículas pueden ser atrapadas en un recipiente láser<sup>4</sup> o en una botella electromagnética<sup>5,6</sup>, según sean éstas cargadas o eléctricamente neutras. Incluso la luz puede frenarse y atraparse<sup>7</sup>. Muy recientemente empezamos a soñar con computadoras tan pequeñas que estarían formadas por unas cuantas moléculas y que necesariamente obedecerían las leyes cuánticas. Con estas características, las computadoras cuánticas podrían efectuar miles de millones de cálculos en un par de horas. Una tarea que a la mejor de las computadoras actuales le costaría años e incluso siglos de tiempo-máquina, sin mencionar la cantidad de energía necesaria para alimentarla<sup>8</sup>.

Enfrentamos también una situación paradójica. Por un lado, los impresionantes avances tecnológicos que hemos alcanzado se deben, en

gran medida, a las teorías inspiradas en las ideas de Einstein; por otro lado, a pesar de que ha transcurrido un siglo, la revolución generada por Einstein no ha llegado a su fin. Los aparatos de medición más modernos son usados actualmente para poner a prueba las teorías mismas que les dieron origen.

*Aquello que no se sabe es cabalmente lo que se quiere utilizar, y aquello que se sabe no puede utilizarse.*

Fausto, conversando con Wagner en la campaña<sup>1</sup>

En las últimas décadas, por ejemplo, nos hemos percatado de que la cantidad de materia que observamos no es suficiente para explicar tanto el estado actual del universo como su origen y su posible futuro<sup>9</sup>. No conformes con esto, hablamos también de ondas gravitacionales y hoyos negros (con todo y las controversiales consecuencias de las recientes declaraciones de Hawking<sup>10</sup>) como algo tangible, lejos ya de la ciencia ficción, que nos guiña el ojo y nos invita a observar directamente su existencia<sup>11,12</sup>. Además, la geometría del espacio-tiempo no es indistinta a los conceptos cuánticos<sup>13</sup>. Con todo esto la historia podría repetirse: las propuestas de Einstein serían ahora objeto de revisión y posible corrección.

Por otro lado, con respecto al mundo cuántico sabemos que algunas veces es más fácil explicar el comportamiento de un sistema si se le considera como un conjunto de partículas mientras que en otras ocasiones es mejor considerarlo como onda. Pareciera como si los sistemas cuánticos tuviesen dos caras: cada vez que logramos “fotografiar” alguno de sus rostros el otro se nos oculta maliciosamente, como el ladrón a la policía, para que no logremos identificarlo. Tenemos además la limitante del *principio de incertidumbre*. Por ejemplo, el lector podrá medir con precisión arbitraria la posición y velocidad de todos y cada uno de los vehículos que circulen por una determinada avenida. Su frustra-

ción, por el contrario, se hará patente al pretender medir simultáneamente la posición y la velocidad de tan sólo uno de los átomos que conforman el aire que respira. Al medir la posición del átomo se sabrá poco acerca de su velocidad y viceversa, no importando el equipo de medición que se use. Los sistemas cuánticos parecen entonces incontrolables, tan rebeldes que no podríamos “obligarlos” a definirse por un comportamiento específico.

A pesar de esta ingobernabilidad aparente del mundo cuántico debemos enfatizar que, hasta el momento, hemos sacado provecho de la situación. La ecuación de Schrödinger, que dicta y rige el comportamiento dinámico de los sistemas cuánticos, predice que un electrón puede penetrar y atravesar barreras de potencial que le son prohibidas desde un punto de vista clásico (efecto túnel). El efecto túnel es la huella digital de los sistemas cuánticos y opera en diversas escalas. Por ejemplo, es el artífice del puente de hidrógeno que mantiene unido al ADN y es, a su vez, fundamental para explicar el origen de la radiación solar. Este efecto también es el fundamento teórico del funcionamiento del transistor, cuya invención empezó la llamada Segunda Revolución Industrial. Como sabemos, la subsiguiente miniaturización de los dispositivos electrónicos (microtecnología) ha sido eficiente a pesar de la existencia del principio de incertidumbre. Con todo, si tal miniaturización continúa (todavía más allá de la nanotecnología), los dispositivos electrónicos necesariamente adquirirán las dimensiones del mundo cuántico, donde su eficiencia y precisión estarán dominadas por el principio de incertidumbre.

*¿Con que el mismo infierno tiene sus leyes? Me gusta eso. ¿Luego se podría con toda confianza cerrar un pacto con vosotros, señores?*

Fausto, en su gabinete de estudio, discutiendo con Mefistófeles<sup>1</sup>

Buscar los mecanismos para dominar y controlar el comportamiento dinámico del mundo cuántico no es tarea sencilla pero es de suma importancia en el desarrollo de las futuras revoluciones tecnológicas. Para ello, curiosamente, se requiere trabajar al revés: en lugar de investigar la evolución que un sistema físico desarrolla ante determinadas interacciones, nos preguntaremos sobre el tipo de condiciones externas que debemos imponerle para obligarlo a evolucionar justo en la forma que nos interesa. Esto es lo que llamamos un problema inverso, cuyas soluciones brindan toda la información que se requiere para manipular dinámicamente a los sistemas físicos. La manipulación dinámica, como línea de investigación, se desarrolla desde hace casi tres décadas en el Departamento de Física del CINVESTAV y abre un abanico de posibilidades teóricas y experimentales a desarrollarse en el corto, mediano y largo plazo.

No, no; el diablo es egoísta, y no hace fácilmente por amor de Dios cosa alguna que sea de provecho para otro. Expresa claramente tus condiciones.

Fausto, pactando con Mefistófeles los pormenores de su contrato<sup>1</sup>

La posibilidad de *atrapar* partículas en un determinado volumen, y por el tiempo suficiente como para hacer mediciones, fue uno de los primeros retos de la manipulación dinámica. Desde hace siglos se sabe que los campos electromagnéticos ejercen fuerzas de considerable magnitud sobre las partículas cargadas. Por esto resultó casi natural hurgar, antes que nada, en la teoría electromagnética de Maxwell. La primera propuesta teórica fue formulada por F.M.

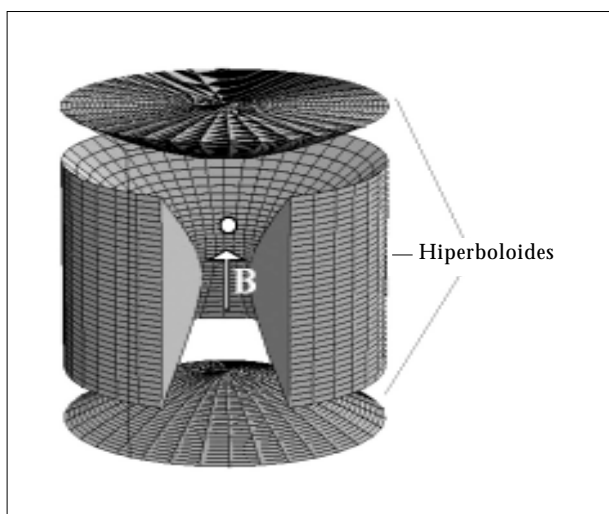


FIGURA 1. Esquema de la trampa de Penning<sup>14</sup>. El campo magnetostático  $B$  apunta en la dirección axial. El campo electrostático cuadrupolar es generado por las dos tapas y el anillo. El disco blanco representa una de las partículas atrapadas.

Penning en 1936. La trampa de Penning estaría compuesta por un campo electrostático cuadrupolar con simetría axial, generado por tres hiperboloides de revolución, y un campo magnetostático homogéneo en la dirección axial. La combinación de estos campos mantendría confinada a la partícula en una pequeñísima región espacial, justo en el centro de la trampa. El movimiento de la partícula, sin embargo, sería complicado. Este trabajo fue considerado como un mero ejercicio académico y por muchos años no se le prestó demasiado interés. Sin embargo, dos décadas después la trampa de Penning sería valorada en su justa dimensión. En 1958, Wolfgang Paul, de la Universidad de Bonn, sugiere una modificación a este arreglo: habría que eliminar el campo magnetostático y en lugar del campo electrostático habría que usar un campo cuadrupolar oscilante con el tiempo. Paul y su equipo implementaron un diseño experimental de esta trampa y superaron con creces el reto. Por otra parte, en 1973 también el estadounidense Hans G. Dehmelt ataca el problema, sólo que esta vez se logra aislar al electrón usando sin modificaciones la trampa de Penning. Estos resultados hicieron a Paul y a Dehmelt merecedores del Premio Nobel de Física en 1989<sup>6</sup>.

Una vez conseguida la hazaña de atrapar partículas cargadas faltaba hacer lo propio con las partículas neutras. Este reto fue también enfrentado por Paul al sugerir, desde la década de los cincuenta, que se podrían usar campos magnéticos para atrapar átomos neutros. El mecanismo físico es el siguiente: hay átomos que, aun siendo neutros eléctricamente, interactúan con los campos magnéticos al comportarse como un pequeño imán. Los polos de cada uno de estos imanes atómicos *sienten* diferentes intensidades del campo, lo que produce una fuerza neta sobre el átomo. Aunque pequeña, esta fuerza es medible y puede ser usada para mover átomos en una determinada dirección. Lo que está detrás de este comportamiento de los átomos es el espín, una propiedad física que es característica de todos los sistemas cuánticos. Por ejemplo, el espín total de los átomos de sodio es  $1/2$ , igual que el espín del electrón. Esto significa que los imanes atómicos que tenemos en mente, al ser *observados*, tienen sólo dos orientaciones posibles con respecto al campo magnético. La idea de Paul fue diseñar un campo magnético cuya intensidad tuviese un mínimo local. Si el espín del átomo está inicialmente orientado en la dirección del mínimo, esta orientación se mantendrá mientras dure el campo y no exista nada que perturbe al átomo. Una vez alcanzada la región donde el campo es menos intenso, los átomos se verán obligados a mantenerse ahí porque la orientación de su espín no ha cambiado. Paul logró realizar su propuesta en el laboratorio hasta 1978, atrapando neutrones en un anillo magnético superconductor.

A pesar del éxito logrado con las trampas magnéticas para partículas neutras los resultados no eran del todo halagadores. Las partículas eran atrapadas a temperatura ambiente y tenían, como hemos visto, velocidades sónicas. Con velocidades tan elevadas es complicado hacer mediciones de alta precisión. Debería buscarse, por tanto, algún mecanismo para enfriarlas (es de-

cir, reducir sus velocidades). La respuesta nuevamente fue inspirada en las ideas de Einstein. Como resultado de su trabajo sobre el efecto fotoeléctrico (el primero de los cinco artículos de 1905) quedó claro que la luz puede ejercer fuerzas sobre los átomos porque los fotones (los componentes fundamentales de la luz) tienen momento lineal. Cuando los átomos son bombardeados con luz de un determinado color, éstos continuamente absorben y emiten fotones. Al absorber fotones, todos incidiendo en la misma dirección, el átomo se ve obligado a desplazarse en la dirección del haz. Sin embargo, al no haber una dirección privilegiada para los fotones emitidos, el efecto neto de las emisiones será cero en promedio y el átomo no verá modificado su movimiento en la dirección del haz. La magnitud de esta fuerza de dispersión es muy pequeña si se usa luz convencional. A pesar de ello, la primera demostración de su utilidad fue hecha por Otto R. Frisch en 1933, al desviar un haz de átomos de sodio con la radiación resonante de una lámpara de sodio. Con el advenimiento del láser se abrió toda una nueva línea de pensamiento: las partículas no sólo podrían ser desviadas por la luz sino que también podían frenarse e incluso capturarse. La primera propuesta de usar el láser para enfriar partículas data de 1975 y fue hecha en forma independiente por T.W. Hänsch y A.L. Schawlow de la Universidad de Stanford y por D. Wineland y H.G. Dehemelt de la Universidad de Washington. La carrera por enfriar y atrapar partículas mediante luz había comenzado; muchos serían los caballeros que aceptarían el desafío y competirían gallarda y dignamente. Sin embargo, la con-

tienda sería ganada por los grupos de trabajo dirigidos por Steven Chu en la Universidad de Stanford, Claude Cohen-Tannoudji en el Laboratorio de Física de la Escuela Normal Superior de Francia y por William D. Phillips del Instituto Nacional de Estándares y Tecnología en los Estados Unidos. Los tres se harían merecedores del Premio Nobel de Física en 1997.

FAUSTO.—*Asco me da ese estrambótico aparato hechiceresco... Y ese asqueroso menjurje ¿me quitará treinta años del cuerpo?... ¿No han descubierto algún bálsamo la Naturaleza ni un noble espíritu?*

MEFISTÓFELES.—*Ahora hablas de nuevo sesudamente, amigo mío. Para rejuvenecerte, hay también un medio natural, pero ese se halla en otro libro y forma un curioso capítulo...*

Fausto y Mefistófeles en la cocina de la bruja<sup>1</sup>

El perfil de la manipulación dinámica tendría una vertiente adicional y paralela a las trampas de partículas. En 1968, Willis E. Lamb Jr., quien recibiera el Premio Nobel de Física en 1955 por el descubrimiento del corrimiento que lleva su nombre, se cuestiona sobre el significado de “preparar” y “medir” estados en mecánica cuántica. El resultado de sus consideraciones puede resumirse de la siguiente manera: por medio de una serie de pulsos de potencial se podría generar una fuerza impulsiva capaz de modificar el momento lineal de las partículas sin apenas cambiar su posición. La combinación acertada de estos pulsos y un potencial de fondo nos permitiría preparar sistemas cuánticos con momentos lineales iniciales bien definidos. Muy pronto, en la Universidad de Wisconsin, E. Lubkin in-

investigó la posibilidad de manipular algo más que el momento lineal de las partículas. Su trabajo, marcadamente formal, extiende las ideas de Lamb a sistemas con espín  $1/2$ . En ambos casos se busca acotar el mar de posibles valores que puede tomar una propiedad específica del sistema: para Lamb el momento lineal y para Lubkin el espín. En consecuencia, no cualquier potencial serviría para “domar” al sistema en cuestión. Sin embargo, y esto es lo más chocante, suele ser una amplia familia de potenciales y no sólo uno el que produce los resultados deseados. En otras palabras, ¿un mismo proceso de evolución podría ser inducido por una enorme cantidad de potenciales, todos ellos diferentes entre sí!

Queda claro entonces que para entender la dinámica de un sistema no es suficiente con conocer su comportamiento en un intervalo de tiempo específico; no es sólo un proceso de evolución el que nos interesa estudiar sino toda la clase de evoluciones que un determinado sistema puede realizar ante diversas condiciones externas (esta serie de ideas ha sido discutida y formalizada en diversos contextos por I.E. Segal, R. Haag, D. Kastler, G. Ludwig y B. Mielnik, entre otros<sup>15</sup>). Esto sugiere de inmediato una pregunta: ¿qué tan amplia puede ser cada una de estas clases? Es decir, ¿son posibles todos los procesos de evolución o existen acaso algunos que el sistema simplemente no puede realizar?

Por ejemplo, digamos que un sistema cuántico evoluciona libremente durante un intervalo de tiempo  $\tau = t - t_0$ . Si al tiempo  $t_0$  el sistema estaba en el estado inicial  $\psi_0$  y al tiempo  $t$  se encuentra en el estado  $\psi(t)$ , ¿es posible la evo-

lución inversa? En otras palabras, ¿se puede implementar un proceso de evolución para llevar al sistema del estado  $\psi(t)$  al estado  $\psi_0$ ? Si bien la ecuación de Schrödinger tiene una solución sencilla para el problema  $\psi_0 \rightarrow \psi(t)$ , no es del todo claro cómo debe resolverse el problema opuesto  $\psi(t) \rightarrow \psi_0$ . Aún más, si tal solución existe, ¿puede ésta implementarse en el laboratorio? La respuesta al problema fue proporcionada por B. Mielnik, del Departamento de Física del CINVESTAV, en 1977. Para invertir la evolución de una partícula libre se deben usar potenciales externos dependientes del tiempo. El proceso inverso de evolución debe descomponerse en 11 pasos: 6 pulsos tipo oscilador intercalados con 5 evoluciones libres<sup>16</sup>. Los pulsos representan interacciones instantáneas de la partícula con un potencial tipo oscilador armónico  $V = q^2/2$ . Podemos entonces rejuvenecer a la partícula “regresándola en el tiempo” mediante un procedimiento sencillo: aplicamos un pulso de oscilador, la dejamos libre, aplicamos un pulso de oscilador, la dejamos libre, etc... Una vez que nuestra secuencia de 11 operaciones ha finalizado, la partícula será tan lozana como al principio: estará en el estado  $\psi_0$ . Históricamente, estos resultados pueden considerarse como la primera extensión del “eco de espín” (*spin echo*) al caso de las variables canónicas  $q$  y  $p$  en un espacio de Hilbert de dimensión infinita. El *spin echo* es un fenómeno asociado con los giros que el espín de una partícula realiza alrededor de un eje que coincide con la dirección de un campo magnético constante. El término *space echo* resulta entonces natural cuando se trata de variables espaciales<sup>17</sup>. Curiosamente, en 1984 un par

de científicos estadounidenses, R.G. Brewer y E.L. Hahn, discutieron la viabilidad de esta generalización sin conocer los resultados de Mielnik. Estos autores afirman que existe una “memoria atómica”, la cual podría activarse con mecanismos parecidos a los del *spin echo*<sup>18</sup>.

Posteriores investigaciones condujeron al concepto de los “rizos de evolución” (*evolution loops*). Un *evolution loop*<sup>19</sup> es un proceso dinámico circular en el que el estado inicial de cualquier sistema cuántico se recupera después de un intervalo de tiempo  $\tau$ . En esencia, un rizo de evolución es el elixir con el que los sistemas cuánticos pueden rejuvenecerse constantemente. Una vez que el sistema se prepara en un estado  $\psi_0$ , el investigador experimental no debería preocuparse por mantenerlo así hasta que su experimento se ponga en marcha. Bastará con sujetar al sistema con un rizo de evolución y despreocuparse mientras se toma el almuerzo. Cada vez que el reloj marque un múltiplo de  $\tau$ , el Doctor Fausto cuántico rejuvenecerá y volverá a su configuración inicial. Los rizados de evolución son la clave de la manipulación dinámica<sup>20</sup>. Por ejemplo, es posible diseñar una serie de campos magnéticos que obliguen al espín de un electrón a evolucionar en la forma que se nos antoje<sup>21</sup>. La resonancia magnética no es más que un caso particular de estas posibilidades. Se pueden también imitar algunas de las operaciones fundamentales de la computación convencional, lo que permite hacer una conexión inmediata (conocida y muy estudiada en la actualidad) con la computación cuántica<sup>8</sup>. Por otro lado, la combinación de los rizados de evolución con la trampa de Penning permite realizar sofisticadas operaciones de control dinámico que difícilmente se lograrían usando sólo las trampas electromagnéticas convencionales<sup>22,23</sup>. Algunos desarrollos teóricos como las fases geométricas son más fáciles de calcular y analizar si se emplean los rizados de evolución como herramienta matemática<sup>21,24,25</sup>.

Una vez que hemos aprendido cómo atrapar partículas y toda vez que la manipulación de su comportamiento dinámico sea viable en el laboratorio, podemos pensar en el diseño de diminutos sistemas que trabajen como interruptores en el nivel cuántico y que estén o bien apagados o bien encendidos. Esta situación nos permite establecer un lenguaje de dos palabras: sí, no, o si se prefiere de dos números 1, 0. Este balbuceo, aunque aparentemente limitado, ha mostrado un enorme poderío como lenguaje de la computación moderna. Imitando la historia de las computadoras convencionales podríamos explotar este lenguaje “entrenando” átomos para que aprendan a sumar, después aprenderán a multiplicar. La resta y la división, como sabemos, serían una consecuencia directa de las otras. De ahí, el conjunto cada vez mayor de doctores Fausto cuánticos se graduaría en integración y diferenciación para volverse luego especialistas en ecuaciones diferenciales e integrales, y así sucesivamente, hasta ser capaces de ganar una partida de ajedrez al humano más inteligente del planeta. La computación cuántica es viable desde el punto de vista teórico y por ello hay mucho interés en la comunidad científica por resolver los correspondientes problemas experimentales. Uno de ellos, consecuencia del principio de incertidumbre, es conocido como decoherencia y significa simplemente que cualquier sistema cuántico inevitablemente interactúa con el medio, cambiando su estado dinámico con el tiempo. Si la computación cuántica es factible, se requiere que los circuitos cuánticos tengan una decoherencia muy grande, es decir, que

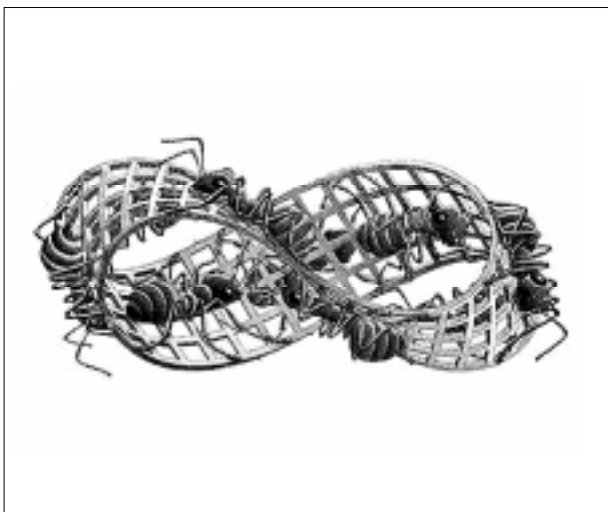


FIGURA 2. Con esta obra de Escher, titulada *La cinta de Möbius II*, es fácil representar el concepto de los rizados de evolución. Las hormigas (el sistema cuántico) avanzan siempre en un camino sin fin (evolution loop). Inevitablemente el camino las “obliga” a pasar por el mismo punto (estado inicial) cada cierto tiempo, sin que ellas tengan opción de evitarlo. Las hormigas de Escher en esta hermosa obra pueden entonces interpretarse como nuestros doctores Fausto cuánticos.

tarden mucho en cambiar su estado como consecuencia de la interacción con el recipiente que los contiene. Una posible solución, como hemos visto, sería usar apropiadamente los rizados de evolución. Otro de los problemas fundamentales concierne a las dimensiones de los circuitos cuánticos, necesariamente formados por un conjunto de átomos, fotones, electrones, o las combinaciones de éstas y demás partículas. La capacidad de cálculo depende no sólo de las propiedades cuánticas de estos sistemas sino también de la cantidad de integrantes atómicos. Sin embargo, a mayor número de integrantes, mayores dimensiones tendrá el sistema y menores serán las propiedades cuánticas que posea. Ésta parece ser una de las limitantes más fuertes. Un problema más consiste en hacer operaciones selectivas con los átomos. Por ejemplo, se debería ser capaz de obligar a un conjunto de átomos a efectuar un rizo de evolución mientras otro conjunto cambia la orientación de su espín de norte a sur y otro más emite fotones con una determinada energía.

Todas estas actividades en conjunto representarán un algoritmo de cómputo.

*Te tuteas con el diablo, ¿y tendrás miedo a una llama?*

Mefistófeles a Fausto frente a la bruja<sup>1</sup>

Como hemos visto, el control dinámico de los sistemas cuánticos se antoja no sólo viable, sino fundamental y aplicable. Las trampas de partículas ofrecen una inmejorable oportunidad para corroborar las predicciones teóricas que competen a una sola partícula. Einstein estaría entusiasmado con toda seguridad por estos avances. La manipulación dinámica, por otro lado, ofrece la oportunidad de pensar en una ingeniería cuántica. Con ésta, los sistemas cuánticos serían explotados para diseñar circuitos y sistemas con propiedades inalcanzables por los dispositivos electrónicos actuales, tal y como Feynman sugirió en sus últimos años de investigación científica.

## AGRADECIMIENTOS

Los comentarios de N. Bretón, S. Cruz, D. Fernández, G.A. García, G. Herrera, E. Lomelí, G. López y D. Rosas han enriquecido en mucho el contenido y el estilo del presente trabajo. El tedio de transcribir el manuscrito de las primeras versiones a la versión electrónica final ha sido padecido por Miriam Lomelí. Por un extraño efecto no relativista en el tiempo, las observaciones de J. Hirsch en octubre de 1992 se ven también reflejadas en este escrito. A todos ellos mi agradecimiento y reconocimiento.



## NOTAS

1. Goethe, J.W., 1992, *Fausto*, México, Porrúa.
2. La expresión *Annus Mirabilis* se usó para celebrar el año 1666, durante el cual Isaac Newton sentó las bases de su versión del cálculo infinitesimal y su teoría de la gravitación. Para más detalles consúltese: Stachel, J., 2003, *Einstein 1905: un año milagroso*, Barcelona, Crítica.
3. Consúltese por ejemplo: Bretón, N., 1994, "La Relatividad General como herramienta de alta precisión astronómica", *Avance y Perspectiva* 13, p 23.
4. Chu, S., 1992, "Laser Trapping of Neutral Particles", en *Scientific American*, vol. 266, núm 2, p 48.
5. Ekstrom, P., Wineland, D., 1980, "The isolated electron", *Scientific American*, vol. 243, núm. 2, p 90.
6. Fernández, D., García, R., 1989, "Física: Átomos sin núcleo como nuevos patrones de tiempo", *Avance y Perspectiva*, vol. 8, p 30.
7. Hau, L.V., 2004, "Frozen Light", *Scientific American Special*, vol. 13, núm. 1, p 44.
8. Nielsen, M.A., 2003, "Simple rules for a complex quantum world", *Scientific American Special*, vol. 13, núm. 1, p 24.
9. De la Cruz, E., Guzmán, F.S., Matos, T., 1999, "Materia oscura en el universo; el nuevo éter", *Avance y Perspectiva*, vol. 18, p 139 .
10. Consúltese el portal <http://www.hawking.org.uk>
11. Bretón, N., 1997, "Agujeros negros y ondas gravitacionales", *Avance y Perspectiva*, vol. 16, p 301.
12. La ciencia ficción, sin embargo, ha jugado un papel nada deleznable en el teatro de la historia de la ciencia. Véase por ejemplo el fascinante artículo de B. Mielnik, 1988, "Ficción científica y Relatividad General", *Avance y Perspectiva*, vol. 35, p 34.
13. Montesinos, M., 1999, "Gravedad y geometría", en "Los lunes en la ciencia", *La Jornada*, septiembre 6.
14. Fernández, D., "The manipulation problem in Quantum Mechanics", en Ballesteros, A., et.al. (Eds.), 1999, *Symmetries in Quantum Mechanics and Quantum Optics*, España, Universidad de Burgos. Accesible electrónicamente en <http://arxiv.org/abs/quant-ph/9810078>.
15. Mielnik, B., 1973, "Generalized Quantum Mechanics", *Communications of Mathematical Physics*, vol. 37, p 221 y las referencias ahí citadas.
16. Mielnik, B., 1977, "Global mobility of Schrödinger's particle", *Reports on Mathematical Physics*, vol. 12, p. 331.
17. Mielnik, B., 1986, "Space Echo", *Letters on Mathematical Physics*, vol. 12, p. 49.
18. Brewer, R.G., Hahn, E.L., 1984, "Atomic memory", *Scientific American*, vol. 251, núm. 12, p 50.
19. Mielnik, B., 1986, "Evolution loops", *Journal of Mathematical Physics*, vol. 27, p. 2290.
20. Fernández, D, Mielnik, B., 1994, "Controlling quantum motion", en *Journal of Mathematical Physics*, vol. 35, p 2383.
21. Fernández, D., Rosas-Ortiz, O., 1997, "Inverse techniques and evolution of spin-1/2 systems", *Physics Letters A*, vol. 236, p 275.
22. Mielnik, B., Fernández, D., 1989, "An electron trapped in a rotating magnetic field", *Journal of Mathematical Physics*, vol. 30, p. 537.
23. Fernández, D., 1992, "Transformations of a wave packet in a penning trap", *Nuovo Cimento*, vol. 107B, p 885.
24. Fernández, D., Nieto, L.M., Santander, M., 1992, "Aharanov-Anandan geometric phase for spin-1/2 periodic Hamiltonians", *Journal of Physics A: Mathematical and General*, vol. 25, p 5151.
25. Fernández, D., Bretón, N., 1993, "Is there a prescribed parameter's space for the adiabatic geometric phase?", *Europhysics Letters*, vol. 21, p 148.